

Inhoudsopgave

I	Theorie	1
1	Verzamelingen	3
1.1	Inleiding	3
1.2	Bewerkingen met verzamelingen	6
1.2.1	Vereniging (unie) van twee verzamelingen	6
1.2.2	Doorsnede (intersectie) van twee verzamelingen	7
1.2.3	Verschil van twee verzamelingen	8
1.3	Eigenschappen van bewerkingen met verzamelingen	9
1.3.1	Eigenschappen van de unie	9
1.3.1.1	Commutativiteit van de unie	9
1.3.1.2	Associativiteit van de unie	9
1.3.2	Eigenschappen van de doorsnede	11
1.3.2.1	Commutativiteit van de doorsnede	11
1.3.2.2	Associativiteit van de doorsnede	11
1.3.3	Distributiviteit	13
1.3.3.1	Distributiviteit van de doorsnede t.o.v. de unie	13
1.3.3.2	Distributiviteit van de unie t.o.v. de doorsnede	15
1.4	Partitie van een verzameling	17
1.5	Product van verzamelingen	18
1.5.1	Geordend paar of koppel	18
1.5.2	Product van twee verzamelingen	18
1.5.3	Kwadraat van een verzameling	19
1.6	Getallenverzamelingen	20
1.6.1	Verzameling van de natuurlijke getallen	20
1.6.2	Verzameling van de gehele getallen	20
1.6.3	Verzameling van de rationale getallen	21
1.6.4	Verzameling van de reële getallen	21
2	Rekentechnieken	25
2.1	Tegengestelde en absolute waarde van een getal	25
2.2	Ordering van de getallen	26
2.2.1	Relaties tussen getallen	26
2.2.2	Eigenschappen van relaties tussen getallen	27
2.2.3	Intervallen en halfrechten	28
2.3	Hoofdbewerkingen voor reële getallen	30
2.3.1	Optelling	30

2.3.2	Aftrekking	31
2.3.3	Vermenigvuldiging	32
2.3.4	Inverse of omgekeerde van een getal	34
2.3.5	Deling	35
2.4	Verdere eigenschappen van de hoofdbewerkingen	35
2.5	Machten en machtswortels	38
2.5.1	Machten met een natuurlijke exponent	38
2.5.2	Machten met een negatieve gehele exponent	39
2.5.3	Machtswortels met een natuurlijke wortel exponent	40
2.5.4	Machten met rationale exponenten	42
2.5.5	Voorrangsregels	43
2.6	Eigenschappen van natuurlijke getallen	43
2.6.1	Deelbaarheid van natuurlijke getallen	43
2.6.2	Priemgetallen	44
2.6.3	Grootste gemene deler en kleinste gemeen veelvoud van natuurlijke getallen	44
2.7	Rekenen met breuken	47
2.7.1	Vergelijken van breuken	47
2.7.2	Vereenvoudigen van breuken	48
2.7.3	Breuken op gelijke noemers brengen	48
2.7.4	Optellen en aftrekken van breuken	49
2.7.5	Vermenigvuldigen en delen van breuken	49
2.7.6	Machten en machtswortels van breuken	51
2.8	Som- en productteken	52
2.8.1	Sommatie	52
2.8.2	Dubbele sommatie	54
2.8.3	Productteken	55
3	Veeltermen	59
3.1	Inleiding	59
3.1.1	Voorbeeld	59
3.1.2	Basisbegrippen	60
3.2	Bewerkingen met veeltermen	62
3.2.1	Som van veeltermen	63
3.2.2	Vershil van veeltermen	63
3.2.3	Product van veeltermen	64
3.2.4	Merkwaardige producten	65
3.2.5	Quotiënt van veeltermen	66
3.2.5.1	Algemene methode	67
3.2.5.2	Deelbaarheid door $x - a$	69
3.3	Ontbinden in factoren	72
3.3.1	Gemeenschappelijke factoren buiten haken brengen	72
3.3.2	Gebruikmaken van merkwaardige producten	73
3.3.3	Delers van het type $x - a$	74
3.3.4	Groeperen van termen	75
3.3.5	Ontbinden van een kwadratische veelterm	76
3.3.6	Samenvatting	78

4	Combinatieleer	81
4.1	Faculteit van een natuurlijk getal	81
4.2	Groeperingen	81
4.2.1	Variaties	81
4.2.2	Permutaties	84
4.2.3	Combinaties	86
4.2.4	Groeperingen met herhalingen	88
4.3	Binomium van Newton	88
5	Rijen en reeksen	91
5.1	Rijen	91
5.1.1	Rekenkundige rijen	92
5.1.1.1	Basisbegrippen	92
5.1.1.2	Partiële sommen	93
5.1.2	Meetkundige rijen	94
5.1.2.1	Basisbegrippen	94
5.1.2.2	Partiële sommen	95
5.2	Reeksen	97
5.2.1	Convergentie van rekenkundige reeksen	98
5.2.2	Convergentie van meetkundige rijen	99
6	Relaties	101
	Hoofdstuk I: Relaties - algemeen	101
6.1	Definities, notaties, grafische voorstellingen	101
6.1.1	Relaties van A naar B	101
6.1.2	Relaties in A	103
6.2	Eigenschappen van relaties	105
6.2.1	Relaties van A naar B	105
6.2.1.1	Functie van A naar B	105
6.2.1.2	Afbeelding van A naar B	106
6.2.1.3	Injectie van A naar B	107
6.2.1.4	Surjectie van A naar B	107
6.2.1.5	Bijjectie van A naar B	108
6.2.1.6	Samenvatting	109
6.2.2	Relaties in A	110
6.2.2.1	Reflexieve en anti-reflexieve relaties in A	111
6.2.2.2	Symmetrische en anti-symmetrische relaties in A	112
6.2.2.3	Transitieve relaties in A	113
6.2.2.4	Orderrelaties in A	114
6.2.2.5	Equivalentierelaties in A	114
6.3	Inverse en samengestelde relatie	116
6.3.1	Inverse relatie	116
6.3.2	Samengestelde relatie	116
	Hoofdstuk II: Relaties in \mathbb{R}	118
6.4	Definities, notaties, grafische voorstelling	118
6.4.1	Coördinatenstelsels - Grafische voorstelling	118
6.4.2	Vergelijkingen van bijzondere relaties in \mathbb{R}	121

6.4.3	Afbeeldingen in het vlak	122
6.5	Rechten	127
6.5.1	Definitie	127
6.5.2	Classificatie van de rechten	130
6.5.3	Opstellen van de vergelijking van een rechte	133
6.5.3.1	Rechte door twee gegeven punten	133
6.5.3.2	Evenwijdige rechten	136
6.5.3.3	Loodrechte rechten	137
6.6	Cirkels en ellipsen	137
6.6.1	Eenheidscirkel	137
6.6.2	Cirkel met middelpunt $(0, 0)$ en straal r	139
6.6.3	Cirkel met middelpunt (a, b) en straal r	140
6.6.4	Ellips met middelpunt $(0, 0)$ en de coördinaatassen als symmetrie-assen	142
6.7	Hyperbolen	144
6.7.1	Standaardhyperbool	144
6.7.2	Hyperbool met de coördinaatassen als asymptoten	145
6.7.3	Hyperbool met middelpunt (a, b) en asymptoten evenwijdig aan de coördinaatassen	147
6.7.4	Hyperbool met middelpunt $(0, 0)$ en de coördinaatassen als symmetrie-assen	149
6.8	Parabolen	151
6.8.1	Standaardparabool	151
6.8.2	Parabool met top $(0, 0)$ en de Y -as als symmetrie-as	152
6.8.3	Parabool met top (a, b) en symmetrie-as evenwijdig aan de Y -as	153
6.8.4	Parabool met top (a, b) en symmetrie-as evenwijdig aan de X -as	155
6.9	Exponentiële en logaritmische functies	156
6.9.1	Exponentiële functies	156
6.9.2	Logaritmische functies	158
7	Goniometrie	163
7.1	Inleiding	163
7.2	Georiënteerde hoek	163
7.3	De goniometrische cirkel	164
7.4	Maatgetallen van georiënteerde hoeken	165
7.4.1	Zestigdelige graden	165
7.4.2	Radialen	167
7.5	Goniometrische getallen van een hoek	168
7.5.1	Cosinus en sinus van een hoek	168
7.5.2	Tangens van een hoek	169
7.5.3	Cotangens, secans en cosecans van een hoek	171
7.6	Goniometrische getallen van verwante hoeken	172
7.6.1	Gelijke hoeken	172
7.6.2	Tegengestelde hoeken	172
7.6.3	Complementaire hoeken	174
7.6.4	Supplementaire hoeken	175
7.6.5	Antisupplementaire hoeken	176
7.6.6	Opmerkingen	177

INHOUDSOPGAVE

7.7	Enkele belangrijke functies	178
7.7.1	Grondformule	178
7.7.2	Formules met $\tan \alpha$	179
7.7.3	Verdubbelingsformules	180
7.8	Goniometrische functies	181
7.8.1	De cosinusfunctie	181
7.8.2	De sinusfunctie	182
7.8.3	De tangensfunctie	183
7.8.4	De cotangens-, secans- en cosecansfunctie	185
7.9	Cyclometrische functies	185
7.9.1	Inverse van goniometrische functies	185
7.9.2	Cyclometrische functies	187
8	Vergelijkingen en ongelijkheden	189
8.1	Lineaire vergelijkingen	189
8.1.1	Lineaire vergelijkingen in één onbekende	191
8.1.2	Lineaire vergelijkingen in twee onbekenden	193
8.1.3	Aanverwante vergelijkingen	195
8.2	Kwadratische en bikwadratische vergelijkingen	197
8.2.1	Kwadratische vergelijkingen	197
8.2.2	Bikwadratische vergelijkingen	198
8.3	Oplossen van hogere-graadsvergelijkingen	199
8.4	Tekenonderzoek van functies	201
8.4.1	Veeltermfuncties van de eerste graad	202
8.4.2	Veeltermfuncties van de tweede graad	204
8.4.3	Veeltermfuncties van graad hoger dan twee	207
8.5	Ongelijkheden	208
8.5.1	Ongelijkheden in één onbekende	208
8.5.2	Ongelijkheden in twee onbekenden	210
8.6	Stelsels lineaire vergelijkingen	217
8.6.1	Combinatiemethode	218
8.6.2	Substitutiemethode	220
8.6.3	Voorbeelden	223
8.6.4	Stelsel lineaire vergelijkingen in twee onbekenden: meetkundige voorstelling	229
8.7	Stelsels algemene vergelijkingen	234
8.7.1	Oplossen van stelsels algemene vergelijkingen	235
8.7.2	Bepalen van snijpunten	238
8.8	Stelsels ongelijkheden	241
8.8.1	Stelsels ongelijkheden in één onbekende	242
8.8.2	Stelsels ongelijkheden in twee onbekenden	243
9	Matrixrekenen	247
9.1	Basisbegrippen	247
9.1.1	$(m \times n)$ -matrices	247
9.1.2	Gelijke matrices	249
9.1.3	Getransponeerde van een matrix	249

9.1.4	Nulmatrix en nulvector	250
9.1.5	Vierkante matrix	250
9.1.6	Diagonaalmatrix	250
9.1.7	Eenheidsmatrix	251
9.1.8	Symmetrische matrix	251
9.2	Bewerkingen met matrices	252
9.2.1	Som van matrices	252
9.2.2	Tegengestelde van een matrix en verschil van twee matrices	253
9.2.3	Product van een matrix met een reëel getal	254
9.2.4	Vermenigvuldiging van een matrix met een kolomvector	255
9.2.5	Vermenigvuldiging van matrices	257
9.2.6	Stelsels van vergelijkingen	259
9.3	Determinanten	259
9.3.1	Determinant van een (1×1) -matrix	260
9.3.2	Determinant van een (2×2) -matrix	260
9.3.3	Determinant van een $(n \times n)$ -matrix	262
II	Oefeningen	265
1	Verzamelingen - Oefeningen	267
2	Rekentechnieken - Oefeningen	273
3	Veeltermen - Oefeningen	283
4	Combinatieleer - Oefeningen	287
5	Rijen en reeksen - Oefeningen	291
6	Relaties - Oefeningen	293
	Hoofdstuk I: Relaties - algemeen	293
	Hoofdstuk II: Relaties in \mathbb{R}	299
7	Goniometrie - Oefeningen	307
8	Vergelijkingen en ongelijkheden - Oefeningen	311
9	Matrixrekenen - Oefeningen	317
III	Oplossingen	323
1	Verzamelingen - Oplossingen	325
2	Rekentechnieken - Oplossingen	335
3	Veeltermen - Oplossingen	343

INHOUDSOPGAVE

4	Combinatieleer - Oplossingen	347
5	Rijen en reeksen - Oplossingen	349
6	Relaties - Oplossingen	351
7	Goniometrie - Oplossingen	401
8	Vergelijkingen en ongelijkheden - Oplossingen	405
9	Matrixrekenen - Oplossingen	427